**Osnovni pojmi**

Geometrija je grajena torej sestavljena iz definicij, aksiomov in izrekov po nekem določenem zaporedju. Kaj so aksiomi in kakšna je razlika med njimi in izreki je kar pogosto vprasanje.
Aksiomi so temeljne resnice, ki jih ne dokazujemo in jih kar privzamemo kot nekaj veljavnega.
Izreke pa dokazujemo in sicer z aksiomi. Redko kateri izrek bomo dokazali, večinoma pa bomo le razmislili, na kaj se bi lahko pri dokazovanju sklicevali oziroma zakaj je to vse res.
Kaj so pa defincije?
Opisi in lastnosti na novo vpeljanih pojmov.

No, zdaj pa lepo po vrsti.
Temelje je postavil Evklid, v začetku svojega dela  *Elementi*. Ker so to temelji evklidske geometrije, jih ponovimo, pa če nam bodo še tako nenavadno zveneli.

* ***Točka je tisto, kar nima delov.***
* ***Črta je dolzina brez sirine.***
* ***Ploskev je tisto, kar ima samo dolžino in širino.***

In zdaj, ko poznamo to osnovno strukturo, pa začnimo s prvim aksiomom.

|  |
| --- |
| **Osnovni pojmiAksiom:** Dve različni točki določata natanko eno premico. |
|  |
| **Definicija:**Točke *A, B, C, D ...* , ki ležijo na isti premici so *kolinearne*, če ne ležijo na isti premici, pa so *nekolinearne*. |
| **Aksiom:** Tri nekolinearne točke določajo natanko eno ravnino. |
| To pomeni, da moramo poiskati tri nekolinearne točke, da določimo lego ravnine. Predstavljate si, da imamo samo dve poljubni točki oziroma, če smo bolj praktični, imamo dve oporni točki in knjigo. A lahko knjigo držimo v zraku s tema dvema točkama? Možno sicer je, če smo izbrali težišče, a ko govorimo o poljubnih točkah, bi za stabilnost naše konstrukcije izbrali vsaj še eno točko. Pa še ta ne bi bila na isti premici kot prejšnji dve! |
| Tudi točke, ki ležijo na eni ravnini imajo posebno ime, kot ga imajo točke, ki ležijo na eni premici: |
| **KomplanarnostDefinicija:** Točke *A, B, C, D ...,*ki ležijo na isti ravnini, so *komplanarne*, če pa ne ležijo na isti ravnini, pa so *nekomplanarne*. |
|  |
| **Aksiom:**Če ima premica z dano ravnino dve različni skupni točki, je premica vsebovana v ravnini. |
|  |
| **Izrek:** Dve različni premici imata največ eno skupno točko. |
|  |
| **Presečišče premicDefinicija:**Če imata dve premici natanko eno skupno točko, se *sekata*. Skupno točko pa imenujemo *presečišče*.Premici, ki ležita na isti ravnini in nimata nobene skupne točke ali, ki sovpadata, sta *vzporedni*.Premici, ki ne ležita v isti ravnini in nimata nobene skupne točke, sta *mimobežni*. |
|  |
| **Izrek:** Ravnina je enolično določena:- s premico in točko, ki ne leži na tej premici,- z dvema premicama, ki se sekata,- z dvema vzporednima premicama. |
|  |
| **Premica in ravninaDefinicija:**Ravnini, ki nimata nobene skupne točke ali pa imata vse skupne točke (to pomeni, da sovpadata) sta *vzporedni*.Premica in ravnina sta*vzporedni,*če nimata nobene skupne točke ali pa premica leži v ravnini (in imata zato vse skupne točke).Premica, ki ima z ravnino natanko eno skupno točko, ravnino *prebada*. To točko imenujemo *prebodišče*. |
| **Razdalja med točkamaDefinicija:** Poljubnima točkama *A* in *B* v prostoru pripada nenegativno realno število *d(A,B),* ki ga imenujemo *razdalja*med točkama *A* in *B*. |
|  |
| **Aksiom:**Če imamo na premici tri točke, potem ena izmed njih leži med drugima dvema. |
|  |
| **Aksiom:**Če sta *A*in *B* različni točki premice *p*, potem na premici *p* ležita vsaj še točki *C*in *D* in sicer tako, da *C* leži med točkama *A* in *B*, *D* pa tako, da *C* leži med *A* in *D*. |
| Tako, zdaj pa si oglejmo posledico obeh zgornjih aksiomov. |
| **Izrek:**Med dvema različnima točkama premice je neskončno mnogo točk. |
| **DaljicaDefinicija:**Množica točk premice, ki ležijo med različnima točkama *A* in *B* (vključno z *A* in *B*) je *daljica AB*.Točki  *A* in *B* sta  *krajišči*daljice *AB*.Poljubna točka razdeli premico na dva *poltraka*. To točko imenujemo *izhodišče*poltraka. Premica, na kateri leži daljica lai poltrak pa je premica *nosilka*.Vsaka premica razdeli ravnino na dve *polravnini*. Ta premica je *rob* polravnine. |
| **LikDefinicija:***Enostavni lik*je množica točk v ravnini, katero omejuje sklenjena krivulja, ki sama sebe ne seka. |
|  |
| **Definicija:**Množica točk v ravnini je *konveksna*, če za poljubni točki *A* in *B*iz te množice velja, da je daljica *AB* njena podmnožica. |
| **KotDefinicija:**Dva poltraka s skupnim izhodiščem razdelita ravnino na dva  *kota* (konveksnega in nekonveksnega).Vsak od teh dveh kotov ima dana poltraka za *kraka*, skupno izhodišče poltrakov pa je *vrh* obeh kotov. |
| Kraka in vrh pripadata kotu, zato je treba nekako to upoštevati pri zapisu kota. Kot zapišemo s krakoma ali pa s točkama, ki ležita na krakih. Torej kot *AVB*je kot, ki ima vrh v točki *V*, na enem kraku je točka *A*, na drugem pa točba *B*. Pomembno je le, da je vrh zapisan na sredini tega zapisa.Poleg tega na sliko ponavadi označimo kateri kot gledamo ... konveksnega ali nekonveksnega. To pa označimo z lokom, ki povezuje oba kraka. |
| Obstajajo pa koti, ki imajo svoje ime ... se pač večkrat pojavljajo in je s tem poenostavljeno delo z njimi. Poznamo:- *iztegnjen kot (kot, ki ima oba kraka na eni premici)- sosednji kot (kot, ki ima z drugim kotom skupni krak)- sokot (poseben primer sosednjih kotov, katerih vsota oziroma unija je iztegnjen kot)- sovršni kot (dve sekajoči se premici določata pare sovršnih kotov)- polni kot (oba kraka sovpadata)- ničelni kot (tu tudi oba kraka sovpadata, a gledamo kot, ki ni polni kot)* |
| Začeli smo govoriti o likih in o kotih. Lahko pa govorimo o prav posebnih likih in sicer o večkotnikih in še o najbolj pogostem ... o trikotniku.Sledi nekaj zelo očitnih definicij: |
| ***n* - kotnikDefinicija:***n-*točk v ravnini (nobene tri zaporedne točke niso kolinearne) določa *n* - *kotnik*. Te točke so *oglišča n*-kotnika, daljice, ki povezujejo sesednji  oglišči so *stranice n-*kotnika, daljice, ki pa povezujejo nesosednja oglišča pa so *diagonale n*-kotnika. |
| Razmislimo o številu diagonal v poljubnem *n*-kotniku.Zdaj pa iz splošne definicije za poljubni *n* - kotnik, definicija '3 - kotnika' oziroma trikotnika. |
| **TrikotnikDefinicija:**Tri nekolinearne točke *A, B*in *C* določajo *trikotnik ABC,*kjer točke *A, B* in *C* imenujemo *oglišča,*daljice *AB, AC* in *BC* pa so *stranice* trikotnika *ABC*.Koti *BAC, ACB* in *ABC*so *notranji koti* trikotnika. Njihovi sokoti pa so *zunanji koti* trikotnika. |

**Skladnost in merjenje**

|  |
| --- |
| Seveda je najprej potrebno vpeljati pojem skladnosti. Najprej splošno nato pa nakonkretnih objektih: na daljicah, kotih in trikotnikih. |
| **SkladnostDefinicija:**Dva lika *L* in *K* sta *skladna*, če lahko lika prenesemo tako, da se popolnoma prekrivata. |
|  |
| **Dolžina daljiceDefinicija:***Dolžina daljice* *AB*je razdalja med točkama *A* in *B*. Oznaka *|AB*|=*d*(*A,B*). |
| **Izrek:** Skladni daljici imata enako dolžino. |
| **Izrek:** Dolžina vsote daljic je enaka vsoti dolžin posameznih daljic. |
|  |
| **Kotne stopinjeDefinicija:***Kotna stopinja* je 360. del kroga. Iz kotne stopinje so potem izpeljane še manjše enote, *kotne minute*in *kotne sekunde*:1° = 60' = 3600'' |
|  |
| **Komplementarni koti****Definicija:**Kota, katerih vsota meri 90°, sta *komplementarna*. |
| Velikost obeh kotov, merjena v (kotnih) stopinjah mora znesti ravno 90°. To je zelo lepa lastnost dveh kotov. Seveda tu sploh ni nujno, da bi bila to sosednja kota. |
| **Suplementarni kotiDefinicija:**Kota, katerih vsotaa meri 180°, sta *suplementarna kota*. |
| Če malo obnovimo definicije kotov, lahko rečemo,da sta dva sokota vedno suplementarna. |
| Zdaj pa k definiciji pravega kota. Dijake na tem mestu rado zavede v to smer: Pravi kot  je kot, ki meri 90°. Ne, ne ... |
| **Pravi kotDefinicija:**Kot, ki je skladen s svojim sokotom, je *pravi kot*. |
| A ni to čudovita definicija? :)Torej, pravi kot lahko prekrijemo z njegovim sokotom. |
| **Skladnost trikotnikovDefinicija:**Dva trikotnika sta *skladna*, če imata skladne vse stranice in vse kote. |
|   |
| **Aksiom:** Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v dveh stranicah in v vmesnem kotu. |
|  |
| **Izrek:**Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v eni stranici in obeh priležnih kotih. |
|  |
| **Izrek:**Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v vseh treh stranicah. |
|  |
| **Izrek:** Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v dveh stranicah in v kotu, ki leži nasproti daljši od obeh stranic. |
| **Konstrukcije trikotnikov**In kakor je bilo že prej rečeno lahko na podlagi izrekov o skladnosti trikotnikov trikotnike konstruiramo. Seveda je tudi geometrijska konstrukcija nekaj posebnega ... posebni postopek.Najprej je potrebno znati prebrati oznake, dolžine in velikosti iz novodila naloge. Zaenkrat bomo konstruirali samo trikotnike. Torej najprej narišemo skico (v zvezek s svinčnikom in s prosto roko) trikotnika, nato pa označimo vse znane (oglišča, stranice, kote) in podane količine trikotnika, ki jih še posebej označimo (recimo obkrožimo) ter označimo še tiste, ki jih bomo kot vmesni rezultat dodatno dobili.Ob vsem tem razmislimo, kako bi trikotnik konstruirali, če pa je konstrukcija zahtevnejša, pa postopek konstrukcije tudi zapišemo.Ko smo končali s tema dvema korakoma, gremo na dejansko konstrukcijo. Zdaj vzamemo v roke geometrijsko orodje, kajti z ravnilom rišemo stranice, kote in krožnice pa konstruiramo s šestilom. |

**Vzporednost in pravokotnost**

|  |
| --- |
| Sledi znameniti peti aksiom o vzporednici ... seveda Evklidov. O tem akiomu se je v zgodovini matematike veliko razglabljalo, matematikom se  je ta aksiom zdel bolj kot izrek, ne pa kot aksiom. Ravno ta razcep je pripeljal v 19. stoletju do razvoja novih smeri geometrije ... torej do neevklidske geometrije, kjer ima lahko trikotnik vsoto notranjih kotov večjo od 180° ali pa premice niso ravne, ampak so krivulje ... To se nam zdi nemogoče, glede na naše vsakdanje izkušnje, ampak je tudi takšna geometrija logična in ustreza nekemu sistemu aksiomov. Čudno se nam zdi le zato, ker živimo v 'evklidskem svetu'! :)No, no ... pa poglejmo: |
| **Aksiom o vzporedniciAksiom:** Skozi izbrano točko, ki ne leži na premici, lahko k tej premici narišemo natanko eno vzporednico. |
|  |
| **Koti z vzporednimi krakiDefinicija:**Če dve vzporednici sekamo s premico, dobimo dve presečišči, ob njiju pa pare *kotov z vzporednimi kraki*. |
|  |
| **Izrek:** Para konveksnih kotov z vzporednimi kraki sta ali skladna ali suplementarna. |
|  |
| **PravokotnicaDefinicija:** *Pravokotnica* je premica, ki dano premico seka pod pravim kotom. |
|  |
| **Izrek:** V ravnini je na dano premico mogoče skozi izbrano točko narisati natanko eno pravokotnico. |
| **Pravokotna projekcija točke na premicoDefinicija:** *Pravokotna projekcija točke T na premico p* je točka *T',*ki leži na presečišču premice *p* in pravokotnice skozi točko *T* na premico *p*.To je točki *T* najbližja točka premice *p*. |
|  |
| **Razdalja točke od premiceDefinicija:***Razdalja točke T do premice p* je *d*(*T, p*) = *d*(*T, T'*) = |*TT'*|*,*kjer je *T'*pravokotna projekcija točke *T* na premico *p*. |
|  |
| **Pravokotna projekcija daljice na premicoDefinicija:***Pravokotna projekcija daljice AB na premico p* je daljica *A'B'*, kjer sta njeni krajišči (*A'* in *B'*) pravokotni projekciji točk *A* in *B* na premico *p*. |